الإمتحان الثاني في مادة الرياضيات

الشعبة:الثالثة تسيير وإقتصاد　　يوم:2022-03-21　　المدة: 2 ساعة

التمرين الأول:

(U_n) متتالية عدديه معرفة على N كما يلي: $U_{n+1}=\frac{2}{5}U_n+1$ و $U_0=1$.

1. احسب الحدود U_3,U_2,U_1 و U_4.
2. برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0<U_n<\frac{5}{3}$.
3. بين أن (U_n) متزايدة تماما.
4. هل (U_n) متقاربة ؟ برر.

نضع: $V_n=U_n-\frac{5}{3}$

1. بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
2. اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n.
3. احسب بدلالة n المجموعين: $S_n=V_0+V_1+...+V_n$ و $Y_n=U_0+U_1+...+U_n$.
4. احسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الثاني:

الجزء الأول: g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2-2+\ln x$

1. ادرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.31<\alpha<1.32$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

الجزء الثاني: f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-2+\frac{1-\ln x}{x}$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وبين أن $\lim_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا .
2. بين أن $y=x-2$ معادلة المقارب المائل (Δ) للمنحنى (C_f)، ثم أدرس وضعيته بالنسبة إلى (C_f).
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ، استنتج جدول تغيرات الدالة
4. بين أن: $f(\alpha)=2\alpha-2-\frac{1}{\alpha}$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.
5. هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم (Δ) .